

Einführung und Überblick

Messung und Beurteilung von Erschütterungen im Bauwesen

Dr.-Ing. Dirk Reusch

Kybernetik Dr. Reusch
Juchtlenstraße 11
72124 Pliezhausen

Alle Rechte vorbehalten
2002–2008

Bei der Messung und Beurteilung von Erschütterungen müssen alle maßgeblichen Regelwerke in ihrer jeweils aktuellen Fassung berücksichtigt werden.

Alle Angaben in diesem Dokument erfolgen ohne jegliche Gewähr für Aktualität, Korrektheit und Anwendbarkeit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Grundlagen	8
2.1	Zeitdiskrete Signale	8
2.2	Fourier-Analyse	9
2.2.1	FOURIER-Reihen	9
2.2.2	FOURIER-Transformation	13
2.2.2.1	Zeitkontinuierlich	13
2.2.2.2	Zeitdiskret	17
2.2.3	Lineare zeitinvariante Systeme	21
3	Messung von Schwingungsimmissionen (DIN 45669)	25
3.1	Unbewertetes bandbegrenzttes Schnellesignal	25
3.2	Betragsmaximalwert	27
3.3	Frequenzbewertetes normiertes <i>KB</i> -Signal	27
3.4	Bewertetes Schwingstärke	28
3.4.1	Maximale bewertete Schwingstärke	29
3.4.2	Taktmaximalwert	29
3.4.3	Taktmaximal-Effektivwert	30
3.5	Ablauf der Signalverarbeitung	31
4	Beurteilung von Erschütterungen (DIN 4150)	32
4.1	Abschätzung von Erschütterungen	32
4.1.1	Ausbreitung von Schwingungen	32
4.1.2	Übertragung auf Bauwerke	34
4.1.3	Erschütterungsquellen	36
4.2	Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden	37
4.2.1	Zeiten	37
4.2.2	Beurteilungs-Schwingstärke	38
4.2.3	Beurteilung der Erschütterungsimmissionen	38

4.3	Einwirkungen auf bauliche Anlagen	40
4.3.1	Kurzzeitige Erschütterungen	41
4.3.2	Dauererschütterungen	43
	Symbole	44
	Literaturverzeichnis	48

Abbildungsverzeichnis

2.1	Zeitkontinuierliches vs. zeitdiskretes Signal	8
2.2	Zeitverlauf und diskretes Amplitudenspektrum einer Rechteck-/Dreieckfunktion	11
2.3	Zeitverlauf und Amplitudenspektrum eines Rechteckimpulses	16
2.4	Aliasing im Zeit- und Frequenzbereich	18
2.5	Leckeffekt bei diskreter FOURIER-Transformation eines Signalausschnitts	20
2.6	System	21
2.7	Frequenzgänge zweier Systeme 1. Ordnung	24
3.1	Unbewertetes bandbegrenzttes Schnellesignal	25
3.2	Amplitudengänge $ H_u $, $ H_b $ und $ H_B $	27
3.3	Meß-, Mittelungs- und Taktdauer	29
3.4	Ablauf der Signalverarbeitung	31
4.1	Nah- und Fernfeld	33
4.2	Dämpfung im Fernfeld	35
4.3	Flußdiagramm für das Beurteilungsverfahren nach DIN 4150 Teil 2 [3] .	39
4.4	Fundament-Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4]	42

Tabellenverzeichnis

4.1	Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 2 [3]	40
4.2	Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4] (kurzzeitige Erschütterungen) . .	41
4.3	Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4] (Dauererschütterungen)	43

1 Einleitung

Es wird versucht eine möglichst kompakte Einführung und Überblick in das Thema „Messung und Beurteilung von Erschütterungen im Bauwesen“ zu geben. Hierbei werden die *mathematischen Grundlagen* (Kap. 2), sowie die *Messung* (Kap. 3) und die *Beurteilung* (Kap. 4) von Erschütterungen behandelt.

An verschiedenen Stellen werden Beispiele gegeben und Aufgaben gestellt. Sie sollen dem geneigten Leser beim Selbststudium zum besseren Verständnis verhelfen. Desweiteren kann die angegebene Literatur einer weiterführenden Vertiefung in das Thema dienlich sein.

2 Grundlagen

Im folgenden werden die notwendigsten mathematischen Grundlagen sehr kompakt dargestellt.

2.1 Zeitdiskrete Signale

Viele physikalischen Größen ändern sich kontinuierlich mit der Zeit. Einer *zeitkontinuierlichen* Größe x kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt t ein Wert $x(t)$ zugeordnet werden. Sie kann mathematisch als Funktion $x : t \rightarrow x(t)$ dargestellt werden.

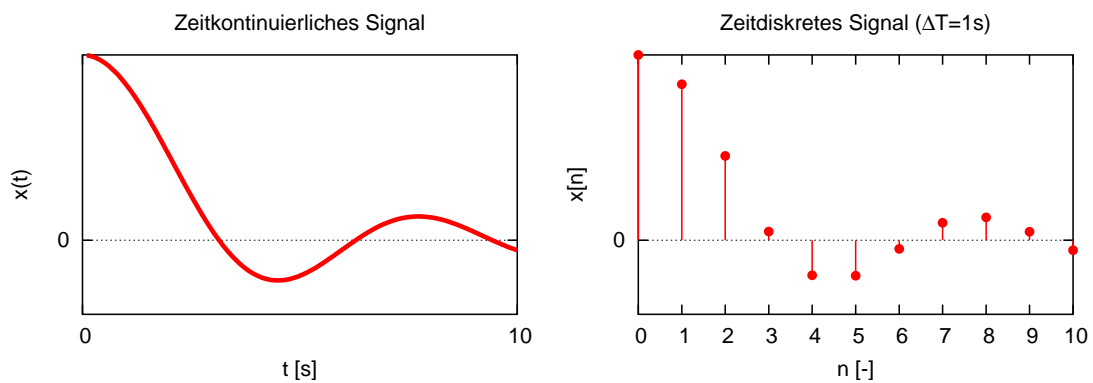


Abbildung 2.1: Zeitkontinuierliches vs. zeitdiskretes Signal

Häufig werden zeitkontinuierliche Größen durch *äquidistantes zeitdiskretes Abtasten* meßtechnisch erfaßt, gespeichert und weiterverarbeitet. Hierbei entsteht ein *zeitdiskretes Signal*, das mathematisch durch eine Folge von Werten $x[n], n \in \mathbb{Z}$ dargestellt wird. Die Zeitdifferenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Abtastungen wird als *Abtastrate* ΔT bezeichnet. Zwischen dem zeitkontinuierlichen und dem abgetasteten, zeitdiskreten Signal besteht folgender Zusammenhang

$$x[n] = x(n\Delta T), n \in \mathbb{Z}. \quad (2.1)$$

In Abb. 2.1 ist der Verlauf eines zeitkontinuierlichen und des entsprechenden zeitdiskreten Signals dargestellt. Der Kehrwert der Abtastrate wird als *Abtastfrequenz*

$$f_a = \frac{1}{\Delta T} \quad (2.2)$$

bezeichnet. Die Abtastung eines Signal ist i.a. mit dem Verlust von Information verbunden, der sich aber durch geeignete Maßnahmen weitestgehend vermeiden läßt (weiterführende Literatur: [9]).

2.2 Fourier-Analyse

Die zentrale Aufgabe der *FOURIER-Analyse* besteht darin, ein Signal in eine Summe sinusförmiger Signale verschiedener Frequenzen aufzuspalten. *Periodische Signale* können mittels der bekannten *FOURIER-Reihen* analysiert werden. Hingegen muß für *beliebige Signale* auf die allgemeinere *FOURIER-Transformation* zurückgegriffen werden. Mit ihr lassen sich auch *lineare zeitinvariante Systeme* einfach beschreiben und analysieren.

2.2.1 Fourier-Reihen

Eine periodische Funktion $x(t)$ mit der Periode T genügt der Periodizitätsbedingung

$$x(t) = x(t + nT), n \in \mathbb{Z}. \quad (2.3)$$

Mit der Grundfrequenz $f = \frac{1}{T}$ lautet ihre Darstellung als *FOURIER-Reihe*:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi nft) + b_n \sin(2\pi nft)). \quad (2.4)$$

Die *FOURIER-Koeffizienten* a_n und b_n sind durch die *EULER-FOURIERSchen Formeln*

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(2\pi nft) dt, n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(2\pi nft) dt, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

gegeben. Mittels der *EULERSchen Formel*

$$e^{j2\pi nft} = \cos(2\pi nft) + j \sin(2\pi nft), \quad (2.7)$$

kann Gl. (2.4) in die komplexe Darstellung

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi nft} \quad (2.8)$$

überführt werden. Die FOURIER-Koeffizienten c_n sind hier komplex und es gilt

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi nft} dt, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (2.9)$$

Es läßt sich leicht zeigen, daß a_n, b_n und c_n durch

$$c_0 = \frac{a_0}{2}, \quad c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), \quad c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.10)$$

bzw.

$$a_0 = 2c_0, \quad a_n = c_n + c_{-n}, \quad b_n = j(c_n - c_{-n}), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.11)$$

miteinander verbunden sind.

Wenn die FOURIER-Reihe (rechte Seite von Gl. (2.4) bzw. Gl. (2.8)) konvergiert und ihre Summe $x(t)$ (linke Seite von Gl. (2.4) bzw. Gl. (2.8)) entspricht, dann kann die periodische Funktion $x(t)$ durch eine FOURIER-Reihe dargestellt werden. Einzelheiten zur Konvergenz von FOURIER-Reihen können in der Literatur nachgelesen werden [13]. Im folgenden wird stillschweigend davon ausgegangen, daß die betrachteten Funktionen in eine FOURIER-Reihe entwickelt werden können.

Beispiel: Rechteckfunktion. Gegeben sei die Rechteckfunktion

$$x(t) = \begin{cases} +\alpha & , kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ -\alpha & , kT - \frac{T}{2} \leq t < kT \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}, \alpha > 0, T > 0. \quad (2.12)$$

Ihr Verlauf ist in Abb. 2.2 für $\alpha=1, T=2\pi$ dargestellt.

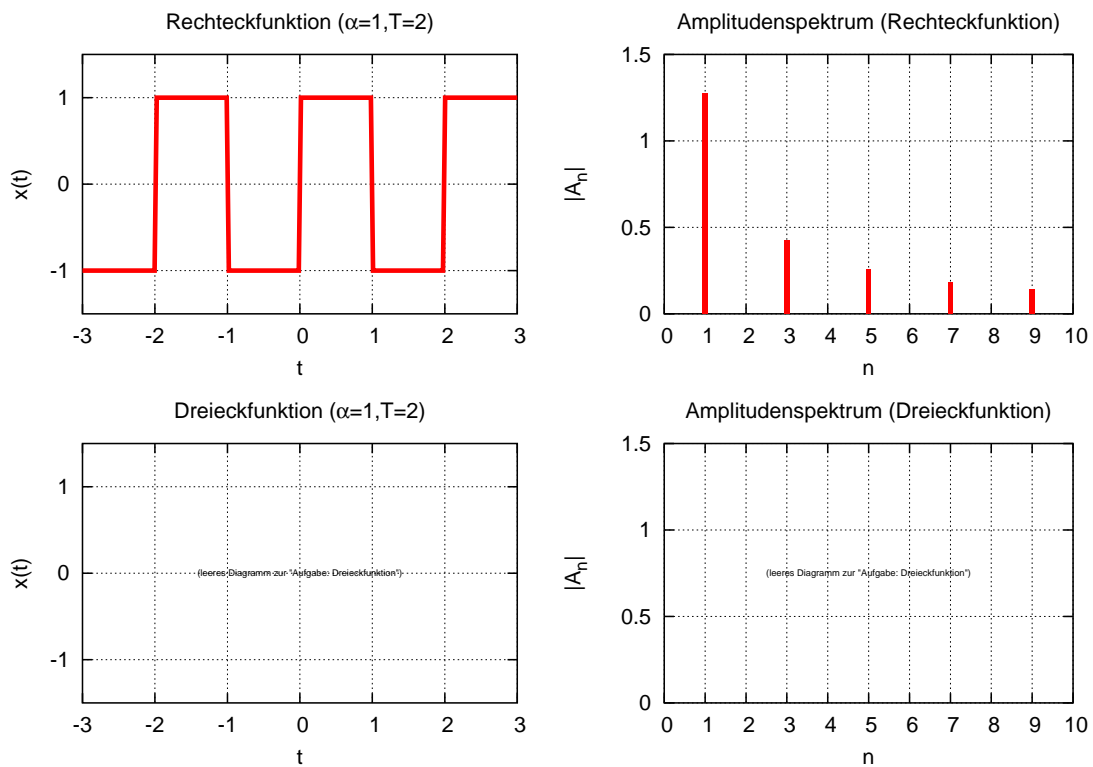


Abbildung 2.2: Zeitverlauf und diskretes Amplitudenspektrum einer Rechteck-/Dreieckfunktion

Die Auswertung der Gln. (2.5), (2.6) liefert die FOURIER-Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(2\pi nft) dt = \\
 &= \frac{2}{T} \left(-\alpha \int_{-T/2}^0 \cos(2\pi nft) dt + \alpha \int_0^{T/2} \cos(2\pi nft) dt \right) = \\
 &= \frac{2\alpha}{T} \underbrace{\left(\int_0^{T/2} \cos(2\pi nft) dt - \int_{-T/2}^0 \cos(2\pi nft) dt \right)}_{=0} = 0 \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(2\pi nft) dt = \\
 &= \frac{2\alpha}{T} \left(\int_0^{T/2} \sin(2\pi nft) dt - \int_{-T/2}^0 \sin(2\pi nft) dt \right) = \\
 &= \frac{4\alpha}{T} \int_0^{T/2} \sin(2\pi nft) dt \stackrel{f=\frac{1}{T}}{=} \frac{2\alpha}{n\pi} \left[-\cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right]_0^{T/2} = \\
 &= \frac{2\alpha}{n\pi} \left(-\cos(n\pi) + \underbrace{\cos(0)}_{=1} \right) = \frac{2\alpha}{n\pi} (1 - \cos(n\pi)) = \\
 &= \begin{cases} \frac{4\alpha}{n\pi} & , n = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & , n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

Die Darstellung der Rechteckfunktion als FOURIER-Reihe lautet also explizit

$$x(t) = \frac{4\alpha}{\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{\sin\left(\frac{6\pi}{T}t\right)}{3} + \frac{\sin\left(\frac{10\pi}{T}t\right)}{5} + \dots \right). \quad (2.15)$$

Sie setzt sich aus *harmonischen Anteilen* zusammen, deren Frequenzen ungerade ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz, ($f, 3f, 5f, \dots$ bzw. $\frac{2\pi}{T}, \frac{6\pi}{T}, \frac{10\pi}{T}, \dots$) sind. Da $a_n=0$, $n=0, 1, 2, \dots$ ist, tauchen nur Sinusfunktionen auf. Im allgemeinen setzen sich die einzelnen Frequenzanteile aber sehr wohl aus Sinus- und Kosinusfunktion zusammen. Häufig ist man nur am Betrag der resultierenden *Amplitude* A_n eines harmonischen Anteil mit der Frequenz nf interessiert. Er läßt sich wegen

$$A_n \sin(2\pi nft + \varphi_n) = a_n \cos(2\pi nft) + b_n \sin(2\pi nft) \quad (2.16)$$

als

$$|A_n| = |\sqrt{a_n^2 + b_n^2}| \quad (2.17)$$

bestimmen. Der Winkel φ_n wird als *Phasenwinkel* bezeichnet und es gilt

$$\tan \varphi_n = \frac{b_n}{a_n}. \quad (2.18)$$

Aus den FOURIER-Koeffizienten a_n und b_n lassen sich also die Beträge der Amplituden $|A_n|$ und die Phasenwinkel φ_n berechnen und umgekehrt. Für den vorliegenden Fall

ist die Umrechnung trivial, es ergibt sich

$$|A_n| = |b_n| = \begin{cases} \frac{4\alpha}{n\pi} & , n = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & , n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\varphi_n = \frac{\pi}{2}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.20)$$

In Abb. 2.2 ist das *diskrete Amplitudenspektrum* $|A_n|$ der Rechteckfunktion für $\alpha=1, T=2\pi$ dargestellt.

Aufgabe: Dreieckfunktion. Gegeben sei die Dreieckfunktion

$$x(t) = \frac{4\alpha}{T} \begin{cases} -t + (4k+1)\frac{T}{4} & , kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ +t - (4k-1)\frac{T}{4} & , kT - \frac{T}{2} \leq t < kT \end{cases}, k \in \mathbb{Z}, \alpha > 0, T > 0. \quad (2.21)$$

Skizzieren Sie für $\alpha=1, T=2$ den Verlauf von $x(t)$. Bestimmen Sie für $x(t)$ die FOURIER-Koeffizienten a_n, b_n , die Beträge der Amplituden $|A_n|$ und die zugehörigen Phasenverschiebungen φ_n . Stellen Sie das diskrete Amplitudenspektrum graphisch dar (Hinweis: Verwenden Sie für Ihre graphischen Darstellungen die leeren Diagramme in Abb. 2.2).

2.2.2 Fourier-Transformation

Nichtperiodische Funktionen lassen sich nicht durch eine FOURIER-Reihe darstellen. Das Prinzip der FOURIER-Reihen läßt sich aber verallgemeinern. Hierzu werden nicht-periodische Funktionen als periodische Funktionen mit unendlicher Periodenlänge ($T \rightarrow \infty$) aufgefaßt, die sich aus beliebigen Frequenzanteilen zusammensetzen können. Bei der FOURIER-Transformation ist die Frequenz eine kontinuierliche Variable. Sie kann jeden beliebigen Wert annehmen. Man unterscheidet zwischen *kontinuierlicher* und *diskreter* FOURIER-Transformation. Für die meßtechnische Praxis ist die diskrete FOURIER-Transformation von großer Bedeutung, denn sie kann auf zeitdiskrete Signale (vgl. Abschn. 2.1) endlicher Länge angewendet werden. Eine besonders effiziente Methode zur Berechnung der diskreten Fourier-Transformation ist die berühmte *Fast Fourier-Transformation* (FFT) (weiterführende Literatur [10, 7]).

2.2.2.1 Zeitkontinuierlich

Die *kontinuierliche* FOURIER-Transformation ist eine *Integraltransformation* $\mathcal{F} : x(t) \rightarrow X(f)$ und bildet eine Funktion $x(t)$ im *Zeitbereich* auf eine komplexe Funktion $X(f)$

im *Frequenzbereich* ab. Sie ist definiert als

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (2.22)$$

$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\}$ wird als *FOURIER-Transformierte* von x bezeichnet. Die rechte Seite von Gl. (2.22) wird *FOURIER-Integral* genannt. Die Umkehroperation $\mathcal{F}^{-1} : X(f) \rightarrow x(t)$ heißt *inverse FOURIER-Transformation*. Sie bildet eine komplexe Funktion $X(f)$ im Frequenzbereich auf eine Funktion $x(t)$ im Zeitbereich ab. Ihre Definition lautet:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df. \quad (2.23)$$

Analog zu den FOURIER-Reihen (vgl. Abschn. 2.2.1), stellt sich die Frage nach der Existenz des FOURIER-Integrals in Gl. (2.22). Eine Bedingung hierfür ist die *absolute Integrierbarkeit* von $x(t)$, d.h. wenn

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (2.24)$$

gilt. Diese Bedingung ist nur *hinreichend*, d.h. es existieren eine Reihe von Funktionen die nicht absolut integrierbar sind, deren FOURIER-Transformierte aber trotzdem existieren. Im folgenden wird stillschweigend davon ausgegangen, daß das FOURIER-Integral existiert.

Die FOURIER-Transformation besitzt eine Reihe von Eigenschaften, die in der Form von Rechenregeln ihre Anwendung stark vereinfachen. Im Rahmen des vorliegenden Skripts werden nur zwei Rechenregeln gebraucht und im folgenden erläutert.

Linearkombination. Gegeben seien zwei Funktionen $x(t), y(t)$ im Zeitbereich und ihre FOURIER-Transformierten $X(f), Y(f)$ im Frequenzbereich. Gesucht ist die FOURIER-Transformierte der Linearkombination $\alpha x(t) + \beta y(t)$. α, β sind beliebige Faktoren. Es gilt

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\alpha x(t) + \beta y(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha x(t) + \beta y(t)) e^{-j2\pi ft} dt = \\ &= \alpha \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt}_{=\mathcal{F}\{x\}=X} + \beta \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j2\pi ft} dt}_{=\mathcal{F}\{y\}=Y} = \\ &= \alpha X(f) + \beta Y(f). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Differentiation im Zeitbereich. Gegeben sei eine Funktion $x(t)$ im Zeitbereich und $X(f)$ sei ihre FOURIER-Transformierte. Für die FOURIER-Transformierte der zeitlichen Ableitung $\frac{dx}{dt}$ gilt

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \left\{ \frac{dx}{dt} \right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{dt} e^{-j2\pi ft} dt = \\ &= \underbrace{\left[x(t) e^{-j2\pi ft} \right]_{-\infty}^{\infty}}_{\substack{\text{part. Int.} \\ =0}} + (j2\pi f) \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = \\ &= (j2\pi f) X(f). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Das Verschwinden des ersten Summanden in der zweiten Zeile von Gl. (2.26) ist leicht einzusehen, wenn $x(t)$ eine absolut integrierbare (vgl. Gl. (2.24)) Funktion ist.

Die FOURIER-Transformierte höherer Ableitungen $\frac{d^n x}{dt^n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ können durch n -maliges Anwenden von Gl. (2.26) gebildet werden. Man erhält

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{d^n x}{dt^n} \right\} = (j2\pi f)^n X(f), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

n -malige Differentiation im Zeitbereich entspricht also einer Multiplikation mit dem Faktor $(j2\pi f)^n$ im Frequenzbereich.

Beispiel: Rechteckimpuls. Gegeben sei der Rechteckimpuls

$$x(t) = \begin{cases} \alpha & , -\frac{1}{2\alpha} \leq t \leq \frac{1}{2\alpha}, \alpha > 0. \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \quad (2.28)$$

Sein Verlauf ist in Abb. 2.3 dargestellt.

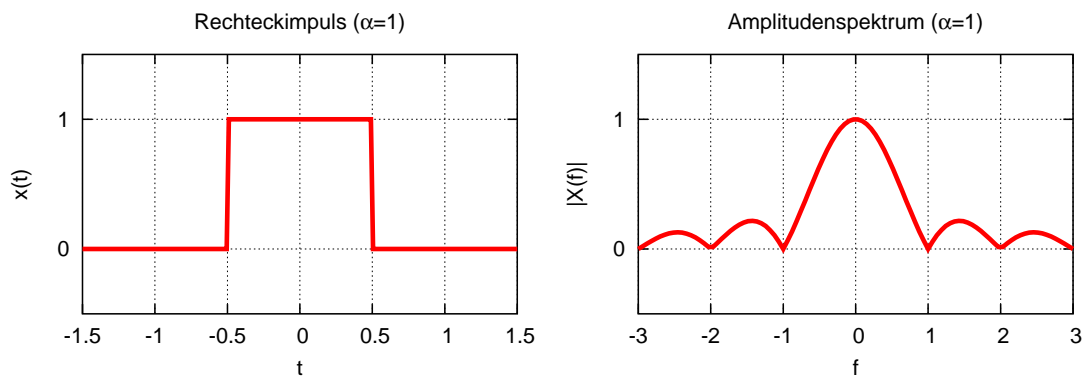


Abbildung 2.3: Zeitverlauf und Amplitudenspektrum eines Rechteckimpulses

Die Berechnung der FOURIER-Transformierten nach Gl. (2.22) liefert

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt = \quad (2.29)$$

$$= \int_{-\frac{1}{2\alpha}}^{\frac{1}{2\alpha}} \alpha (\cos(2\pi ft) - j \sin(2\pi ft)) dt = \quad (2.30)$$

$$= \alpha \int_{-\frac{1}{2\alpha}}^{\frac{1}{2\alpha}} \cos(2\pi ft) dt - j\alpha \underbrace{\int_{-\frac{1}{2\alpha}}^{\frac{1}{2\alpha}} \sin(2\pi ft) dt}_{=0} = \quad (2.31)$$

$$= 2\alpha \int_0^{\frac{1}{2\alpha}} \cos(2\pi ft) dt = \frac{\alpha}{\pi f} [\sin(2\pi ft)]_0^{\frac{1}{2\alpha}} = \quad (2.32)$$

$$= \frac{\alpha}{\pi f} (\sin(\frac{\pi f}{\alpha}) - \underbrace{\sin(0)}_{=0}) = \frac{\sin(\frac{\pi f}{\alpha})}{(\frac{\pi f}{\alpha})}. \quad (2.33)$$

Das kontinuierliche Amplitudenspektrum $|X(f)|$ ist für $\alpha=1$ in Abb. 2.3 dargestellt. Man erkennt, daß sich der Rechteckimpuls aus unendlich vielen verschiedenen Frequenzanteilen zusammensetzt.

Aufgabe: Unendlich schmaler und hoher Impuls. Bestimmen Sie die FOURIER-Transformierte des Rechteckimpulses aus Gl. (2.28) für den Grenzfall $\alpha \rightarrow \infty$, d.h. für einen unendlich schmalen und hohen Impuls. Erläutern Sie die Bedeutung des Ergebnisses anschaulich.

Aufgabe: Harmonische Zeitfunktion. Gesucht ist die FOURIER-Transformierte der harmonischen Funktion

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t), f_0 > 0. \quad (2.34)$$

Überlegen Sie zunächst (ohne Rechnung) für welche Frequenzen $X(f)=0$ bzw. $X(f)\neq 0$ gilt. Berechnen Sie dann $X(f)$ anhand von Gl. (2.22). Welches Problem tritt hierbei auf?

2.2.2.2 Zeitdiskret

Die *diskrete* FOURIER-Transformation (DFT) eines zeitdiskreten Signals $x[k], k=0, \dots, N-1$ endlicher Länge ist als

$$X[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] e^{-j \frac{2\pi nk}{N}} \quad (2.35)$$

definiert. Man erhält als diskrete FOURIER-Transformierte eine Zahlenfolge $X[n], n=0, \dots, N-1$ im Frequenzbereich. Die entsprechende *inverse diskrete* Fourier-Transformation (IDFT) lautet

$$x[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X[n] e^{j \frac{2\pi nk}{N}}. \quad (2.36)$$

Unter bestimmten Voraussetzungen besteht zwischen der diskreten und der kontinuierlichen FOURIER-Transformation folgender Zusammenhang

$$\begin{aligned} X[n] &= X\left(n \frac{1}{N\Delta T}\right) = \\ &= X\left(n \underbrace{\frac{f_a}{N}}_{=\Delta f}\right) = \\ &= X(n\Delta f), n = 0, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Hierbei sind ΔT die Abtastrate, $f_a = \frac{1}{\Delta T}$ die Abtastfrequenz (vgl. Abschn. 2.1) und $\Delta f = \frac{1}{N\Delta T} = \frac{f_a}{N}$ ist die *Auflösung im Frequenzbereich*.

Bei der praktischen Anwendung von DFT oder IDFT ist Sorgfalt geboten, da mitunter zwei Effekte, *Aliasing* und *Leakage* (deutsch: *Leckeffekt*), zu verfälschten und unbrauchbaren Ergebnissen führen können. In diesen Fällen gilt Gl. (2.37) nicht.

Aliasing. Die DFT sollte nur auf *bandbegrenzte* Signale angewendet werden. Ein bandbegrenzttes Signal $x(t)$ enthält keine Anteile deren Frequenz größer als eine *Grenzfrequenz*.

quenz f_g ist. Dementsprechend gilt für ein bandbegrenztetes Signal

$$X(f) = 0, \text{ für } f > f_g. \quad (2.38)$$

Desweiteren muß die Abtastfrequenz an die Grenzfrequenz angepaßt sein, es muß

$$f_a \geq 2f_g \quad (2.39)$$

gelten. Die Abtastfrequenz muß also mindestens doppelt so groß als die Grenzfrequenz des abzutastenden Signals sein. Eine Verletzung dieser Bedingung führt zu sogenannten *Aliasing*-Effekten, die das Ergebnis einer Signalanalyse stark verfälschen können. Viele Signale enthalten sehr hochfrequente Anteile (z.B. Rauschen) und dementsprechend müßte auch mit einer sehr hohen Abtastfrequenz gearbeitet werden. Um dies zu vermeiden, werden sogenannte *Anti-Aliasing-Filter* eingesetzt. Sie filtern, für eine gegebene Grenzfrequenz, alle höheren Frequenzanteile heraus bevor die DFT berechnet wird.

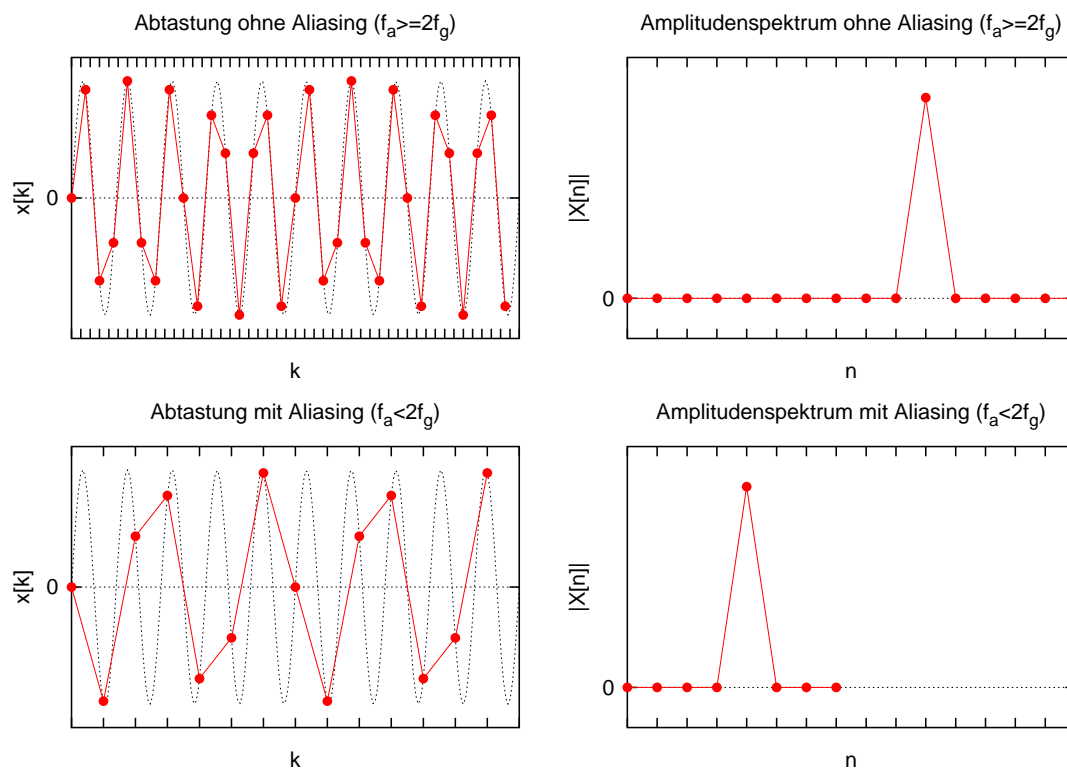


Abbildung 2.4: Aliasing im Zeit- und Frequenzbereich

Durch Aliasing werden nichtexistente, niederfrequente Signalanteile vorgetäuscht. Dieser Sachverhalt soll anhand von Abb. 2.4 veranschaulicht werden. Mittels DFT wird ein harmonisches Signal untersucht. Wenn Bedingung (2.39) gilt, dann liefert die DFT wie erwartet ein impulsförmiges Amplitudenspektrum. Gilt hingegen (2.39) nicht, dann liefert die DFT für dasselbe Signal zwar auch ein impulsförmiges Spektrum, aber der Impuls befindet sich an einer deutlichen niedrigeren, real überhaupt nicht vorhandenen Frequenz. Es ist leicht einzusehen, daß dieses Ergebnis völlig unbrauchbar ist.

Leckeffekt. Häufig stellt eine Zahlenfolge $x[k], k=0, \dots, N-1$ nur den Ausschnitt eines zu analysierenden Signals dar. Für T -periodische Signale (vgl. Gl. (2.3)) muß die Anzahl N der Abtastwerte und die Abtastrate ΔT so gewählt werden, daß

$$N\Delta T = mT, m \in 1, 2, 3, \dots \quad (2.40)$$

gilt. Eine Verletzung dieser Bedingung kann bewußt nur dann vermieden werden, wenn die Periodendauer T bekannt ist. In allen anderen Fällen wird der sogenannte *Leckeffekt* auftreten. Er kann durch eine geeignete Gewichtung der Abtastwerte zwar vermindert, aber nicht vollständig beseitigt werden.

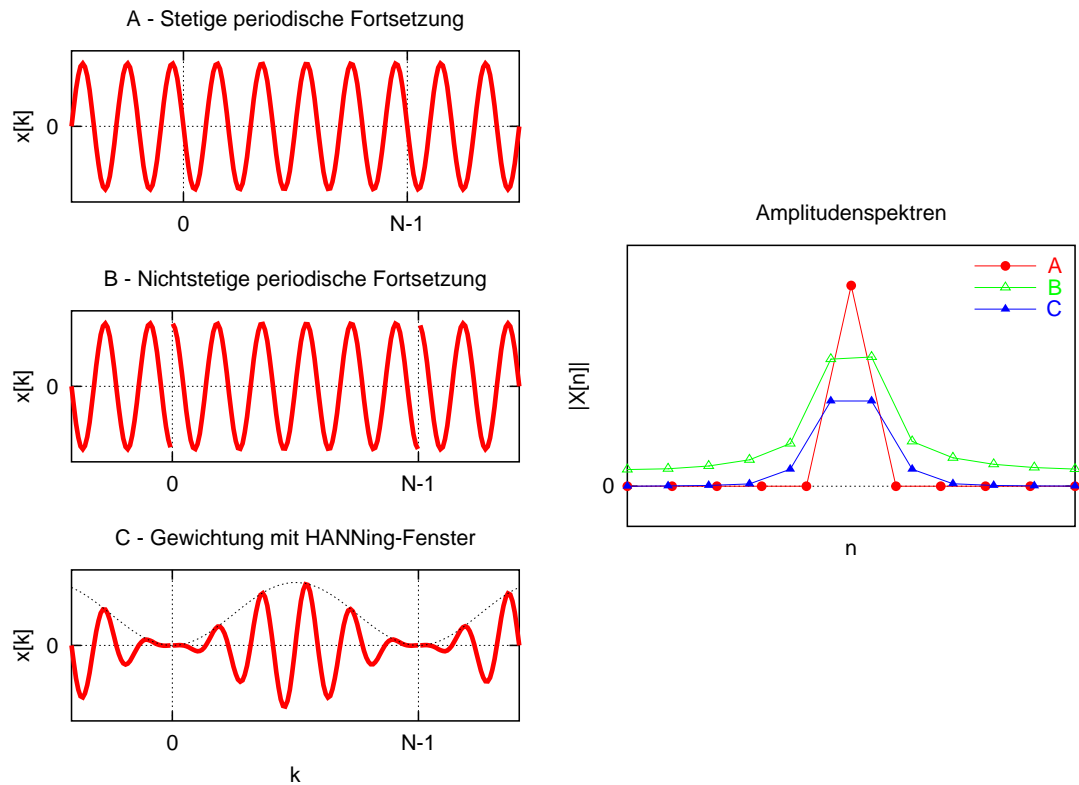


Abbildung 2.5: Leckeffekt bei diskreter FOURIER-Transformation eines Signalausschnitts

In Abb. 2.5 ist die Anwendung der DFT für den Ausschnitt eines harmonischen Signals beispielhaft für drei Fälle dargestellt. Im ersten Fall (A) gilt Gl. (2.40), und man erhält das erwartete, korrekte Amplitudenspektrum. Im zweiten Fall (B) gilt Gl. (2.40) nicht, und es kommt zum Leckeffekt. Im berechneten Amplitudenspektrum zeichnet sich kein scharfer Impuls mehr ab. Der Impuls „leckt“ sowohl hin zu beliebigen niedrigeren als auch höheren Frequenzen. Der dritte Fall (C) unterscheidet sich vom zweiten insofern, als die Abtastwerte vor der DFT mit dem *HANNING-Fenster*

$$w[k] = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi k}{N-1}\right) \right), k = 0, \dots, N-1 \quad (2.41)$$

gewichtet wurden. Das zugehörige Amplitudenspektrum zeigt, daß der Leckeffekt dadurch zwar eingeschränkt aber nicht beseitigt wurde. Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß bei bekannter Periodendauer T die Wahl von N und ΔT anhand von Gl. (2.40) erfolgen sollte.

2.2.3 Lineare zeitinvariante Systeme

Die Analyse der meisten physikalischen Systeme kann auf die Untersuchung des Zusammenhangs von bestimmten Ursachen und ihrer Wirkung beschränkt werden. Ein System \mathcal{S} reagiert, wie in Abb. 2.6 dargestellt, auf ein Eingangssignal (Ursache) $u(t)$ mit einem Ausgangssignal (Wirkung) $y(t)$.

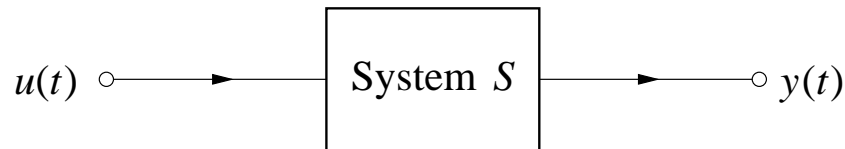


Abbildung 2.6: System

Dieser Sachverhalt kann mathematisch als *Operatorgleichung*

$$\mathcal{S} \{u(t)\} = y(t) \quad (2.42)$$

dargestellt werden. Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen der FOURIER-Transformation und der Klasse der *linearen zeitinvarianten Systeme*. Im folgenden werden die Eigenschaften *Linearität*, *Zeitinvarianz* und der Begriff *Frequenzgang* erläutert.

Linearität. Es seien $y_1(t), y_2(t)$ Ausgangssignale eines Systems \mathcal{S} . $u_1(t), u_2(t)$ seien die entsprechenden Eingangssignale. Das System \mathcal{S} ist genau dann *linear*, wenn für beliebige Konstanten α_1, α_2

$$\begin{aligned} \mathcal{S} \{ \alpha_1 u_1(t) + \alpha_2 u_2(t) \} &= \alpha_1 \mathcal{S} \{ u_1(t) \} + \alpha_2 \mathcal{S} \{ u_2(t) \} = \\ &= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \end{aligned} \quad (2.43)$$

gilt. Im folgenden wird vorausgesetzt, daß die Linearitätseigenschaft auch für unendlich viele Summanden, d.h.

$$\begin{aligned} \mathcal{S} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i u_i(t) \right\} &= \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \mathcal{S} \{ u_i(t) \} = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i y_i(t) \end{aligned} \quad (2.44)$$

gilt.

Zeitinvarianz. Ein System ist *zeitinvariant*, wenn für eine beliebige Zeitverschiebung t_0

$$\mathfrak{S} \{u(t - t_0)\} = y(t - t_0) \quad (2.45)$$

gilt. Dies bedeutet, daß das Systemverhalten zeitunabhängig ist.

Frequenzgang. Die Exponentialfunktionen $e^{j2\pi ft}$, sogenannte *harmonische Exponentielle* (vgl. Gl. (2.7)), sind *Eigenfunktionen* linearer zeitinvarianter Systeme, d.h. es gilt

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} \{e^{j2\pi ft}\} &= H(f)e^{j2\pi ft} = \\ &= |H(f)|e^{\varphi(f)}e^{j2\pi ft} = \\ &\quad \uparrow \frac{\Im\{H(f)\}}{\Re\{H(f)\}} \\ &= |H(f)|e^{j2\pi ft + \varphi(f)}, f \text{ beliebig.} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Der komplexe Faktor $H(f)$ ist ein frequenzabhängiger *Eigenwert* des Systems und wird im folgenden als *Frequenzgang* bezeichnet. Gl. (2.46) kann wie folgt gedeutet werden: auf ein harmonisches Eingangssignal reagiert ein lineares zeitinvariantes System mit einem wiederum harmonischen Ausgangssignal. Die Amplitude des Ausgangssignals unterscheidet sich von der des Eingangssignals um den Faktor $|H(f)|$. Das Ausgangssignal ist gegenüber dem Eingangssignal um den frequenzabhängigen Winkel

$$\varphi(f) = \arctan \left(\frac{\Im\{H(f)\}}{\Re\{H(f)\}} \right) \quad (2.47)$$

phasenverschoben. Der Betrag $|H(f)|$ des Frequenzgangs wird auch als *Amplitudenverhältnis* oder *-gang* und die Phasenverschiebung $\varphi(f)$ als *Phasengang* bezeichnet.

Ein beliebiges Eingangssignal kann mittels der inversen FOURIER-Transformation als Summe unendlicher vieler Eigenfunktionen

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U(f)e^{j2\pi ft} df \quad (2.48)$$

dargestellt werden. Setzt man nun statt $e^{j2\pi ft}$ das beliebige Eingangssignal $u(t)$ aus Gl. (2.48) in die erste Zeile von Gl. (2.46) ein, dann erhält man unter Berücksichtigung der

Gln. (2.42) und (2.44) das zugehörige Ausgangssignal als

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft} df. \quad (2.49)$$

Die FOURIER-Transformation von Gl. (2.49) liefert mit

$$Y(f) = H(f)U(f) \quad (2.50)$$

den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangssignal im Frequenzbereich. Die FOURIER-Transformierte $Y(f)$ des Ausgangssignals entspricht also dem Produkt aus FOURIER-Transformierter $U(f)$ des Eingangssignals und dem Frequenzgang $H(f)$ des Systems. Die Kenntnis des Frequenzgangs reicht aus, um das Systemverhalten im Frequenzbereich vollständig zu beschreiben. Im folgenden Beispiel wird gezeigt, wie der Frequenzgang eines linearen zeitinvarianten Systems bestimmt werden kann.

Beispiel: Tiefpaß 1. Ordnung. Ein *Tiefpaß 1. Ordnung* mit der Zeitkonstante T_1 wird durch folgende *Differentialgleichung* (Dgl.) 1. Ordnung beschrieben:

$$T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t), \quad y(t_0) = y_0, \quad T_1 > 0. \quad (2.51)$$

Dieses System ist linear und zeitinvariant. $y(t_0)=y_0$ ist eine Anfangsbedingung. Gesucht sei der Frequenzgang $H(f)$ des Systems. Die Anwendung der FOURIER-Transformation mit den Rechenregeln (2.25), (2.26) liefert mit

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \left\{ T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) \right\} &= \mathcal{F} \{ u(t) \} \\ \Leftrightarrow T_1 \mathcal{F} \left\{ \frac{dy(t)}{dt} \right\} + \mathcal{F} \{ y(t) \} &= \mathcal{F} \{ u(t) \} \\ \Leftrightarrow T_1 (j2\pi f) Y(f) + Y(f) &= U(f) \\ \Leftrightarrow Y(f) ((j2\pi f) T_1 + 1) &= U(f) \\ \Leftrightarrow Y(f) = \frac{1}{\underbrace{(j2\pi f) T_1 + 1}_{=H(f)}} U(f), & \quad (2.52) \end{aligned}$$

die FOURIER-Transformierte einer¹ Lösung $y(t)$ der Dgl. (2.51) für ein bekanntes Eingangssignal $u(t)$. Hierzu muß nur die FOURIER-Transformierte $U(f)$ des Eingangssi-

¹Sie gilt für den eingeschwingenen Zustand des System und ist unabhängig von der Anfangsbedingung.

gnals mit dem Frequenzgang

$$H(f) = \frac{1}{(j2\pi f)T_1 + 1} \quad (2.53)$$

des Systems multipliziert werden. Die FOURIER-Transformation bildet also die lineare Dgl. (2.51) im Zeitbereich auf eine algebraische Gl. (2.52) im Frequenzbereich ab.

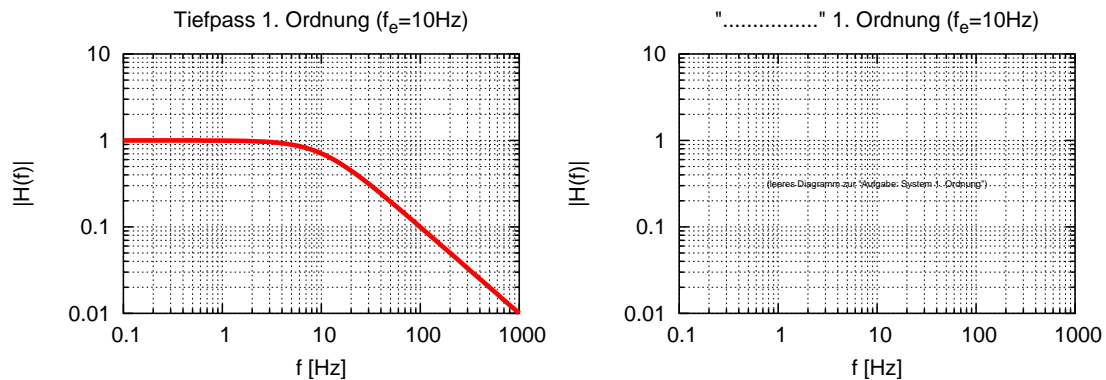


Abbildung 2.7: Frequenzgänge zweier Systeme 1. Ordnung

In Abb. 2.7 ist das Amplitudenverhältnis $|H(f)|$ für eine Eckfrequenz $f_e = \frac{1}{2\pi T_1} = 10\text{Hz}$ dargestellt. Man entnimmt der Abbildung, daß niederfrequente Anteile ($f \ll f_e$) sehr gut ($|H(f)| \approx 1$) und hochfrequente ($f \gg f_e$) sehr schlecht ($|H(f)| \approx 0$) vom Eingang an den Ausgang des Systems übertragen werden. Das System filtert also hochfrequente Signalanteile heraus und läßt Anteile tiefer Frequenzen passieren. Systeme mit dieser Übertragungscharakteristik werden als *Tiefpaßfilter* oder kurz *Tiefpaß* bezeichnet.

Aufgabe: System 1. Ordnung. Das Übertragungsverhalten eines *Systems 1. Ordnung* mit den Zeitkonstanten T_1, T_D wird durch folgende Dgl. beschrieben:

$$T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_D \frac{du(t)}{dt}, \quad y(t_0) = y_0, \quad T_1 > 0, \quad T_D > 0. \quad (2.54)$$

Bestimmen Sie den Frequenzgang $H(f)$ dieses Systems. Skizzieren Sie das Amplitudenverhältnis $|H(f)|$ für eine Eckfrequenz $f_e = \frac{1}{2\pi T_1} = 10\text{Hz}$ und $T_D = 1\text{s}$ (Hinweis: Verwenden Sie das leere Diagramm in Abb. 2.7). Mit welchem Begriff würden Sie das Übertragungsverhalten dieses System bezeichnen (analog zum vorhergehenden Beispiel)?

3 Messung von Schwingungsimmissionen (DIN 45669)

Die Messung von Schwingungsimmissionen ist meist gleichbedeutend mit der Messung von Schwinggeschwindigkeiten an ausgesuchten Meßstellen. Die Schwinggeschwindigkeit wird auch als *Schnelle* bezeichnet. Ihre besondere Eignung als Meßgröße kann wie folgt begründet werden:

- Häufig besteht ein näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen der Schnelle und den mechanischen Belastungen von Bauteilen,
- Die subjektive Wahrnehmung von Schwingungen ist beim Menschen in einem großen Frequenzbereich direkt proportional zur Schnelle,
- Durch Integration und Differentiation erhält man aus dem Schnellesignal ohne großen Aufwand auch den Schwingweg und die -beschleunigung.

Ausgehend von anerkannten Regeln der Technik [5, 6] werden im folgenden die einzelnen Schritte der Signalverarbeitung beim Messen von Schwingungsimmissionen beschrieben.

3.1 Unbewertetes bandbegrenztetes Schnellesignal

Das *wahre* und *zu messende Schnellesignal* wird mit $v^*(t)$ bezeichnet und mit einem Geschwindigkeitssensor gemessen. Die Dynamik des Sensors und ein nachgeschaltetes Filter erzeugen das *unbewertete bandbegrenzte Schnellesignal* $v(t)$ (vgl. Abb. 3.1).

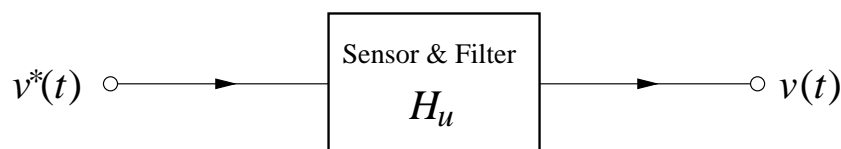


Abbildung 3.1: Unbewertetes bandbegrenztetes Schnellesignal

Das Übertragungsverhalten von Sensor und Filter wird mit dem Frequenzgang H_u beschrieben. Er wird in der Norm [5] mit

$$H_u(f) = \frac{1}{\left(1 - j\sqrt{2} \left(\frac{0,8\text{Hz}}{f}\right) - \left(\frac{0,8\text{Hz}}{f}\right)^2\right) \left(1 + j\sqrt{2} \left(\frac{0,8f}{f_{\max}}\right) - \left(\frac{0,8f}{f_{\max}}\right)^2\right)} \quad (3.1)$$

angegeben. Die Frequenz f_{\max} beträgt, je nach Anwendung, 80 oder 315Hz. Nach einigen elementaren Umformungen kann Gl. (3.1) auch so geschrieben werden:

$$H_u(f) = \underbrace{\frac{\left(\frac{1}{0,8\text{Hz}}\right)^2 (jf)^2}{\left(\frac{1}{0,8\text{Hz}}\right)^2 (jf)^2 + \frac{\sqrt{2}}{0,8\text{Hz}} (jf) + 1}}_{=H_{u,H}, \text{ Hochpaß 2. Ordnung}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\left(\frac{0,8}{f_{\max}}\right)^2 (jf)^2 + \sqrt{2} \left(\frac{0,8}{f_{\max}}\right) (jf) + 1}}_{=H_{u,T}, \text{ Tiefpaß 2. Ordnung}}. \quad (3.2)$$

In dieser Darstellung erkennt man, daß sich der gesamte Frequenzgang H_u in einen Hochpaß und einen Tiefpaß, jeweils 2. Ordnung, aufspalten läßt. Für sehr hohe Frequenzen $f \rightarrow \infty$ gilt $|H_{u,H}| \rightarrow 0$ und $|H_{u,T}| \rightarrow 1$. Für sehr kleine Frequenzen $f \rightarrow 0$ gilt $|H_{u,H}| \rightarrow 0$ und $|H_{u,T}| \rightarrow 1$. Im sogenannten Durchlaßbereich gilt $|H_{u,H}| \approx 1$ und $|H_{u,T}| \approx 1$. Der Gesamtamplitudengang $|H_u| = |H_{u,H}| \cdot |H_{u,T}|$ ist für $f_{\max} = 80\text{Hz}$ in Abb. 3.2 dargestellt.

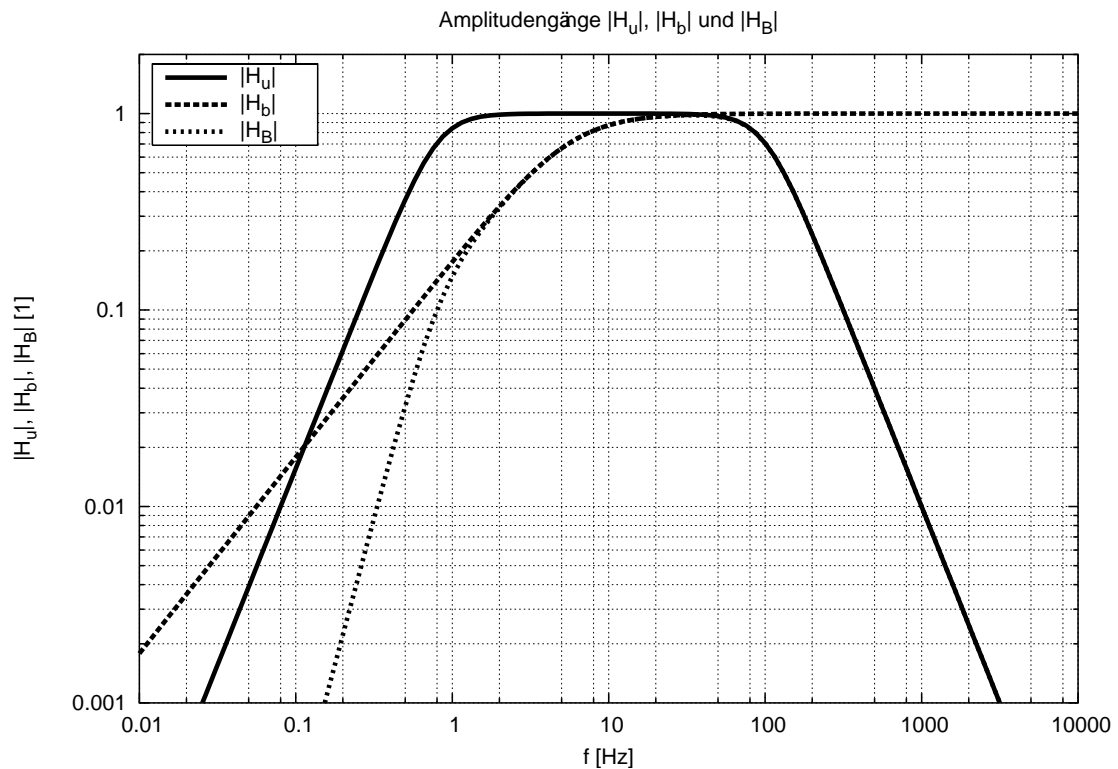


Abbildung 3.2: Amplitudengänge $|H_u|$, $|H_b|$ und $|H_B|$

3.2 Betragsmaximalwert

Der *Betragsmaximalwert* $|v|_{\max}$ ist der betragsmäßig größte Wert des unbewerteten Schnellsignals $v(t)$ während der *Messdauer* T_M . Wenn die Messung zum Zeitpunkt $t_{0,M}$ gestartet wird, dann gilt

$$|v|_{\max} = \max_{t \in [t_{0,M}, t_{0,M} + T_M]} v(t). \quad (3.3)$$

3.3 Frequenzbewertetes normiertes *KB*-Signal

Durch eine *Normierung* und anschließende *Frequenzbewertung*¹ entsteht aus dem unbewerteten Schnellsignal $v(t)$ das *KB-Signal* $KB(t)$. Es wurde früher auch als „Wahrneh-

¹Die Reihenfolge von Normierung und Frequenzbewertung ist beliebig, das unbewertete Schnellsignal kann auch zuerst frequenzbewertet und dann normiert werden.

mungsstärke“ bezeichnet. Mittels der Normierung

$$v_N(t) = \frac{v(t)}{v_0}, \quad v_0 = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (3.4)$$

erhält man ein dimensionsloses Schnellesignal $v_N(t)$. Es wird durch die Frequenzbewertung

$$H_b(f) = \frac{1}{1 - j \left(\frac{5,6 \text{Hz}}{f} \right)} \quad (3.5)$$

gefiltert. Man erhält das *normierte frequenzbewertete KB-Signal* $KB(t)$. Gl. (3.5) beschreibt den Frequenzgang eines *Bewertungsfilters*. Es erhält als Eingangsgröße v_N und liefert die Ausgangsgröße KB . Beim Menschen ist die Wahrnehmung für Erschütterungen frequenzabhängig. Diesem Sachverhalt wird durch die Frequenzbewertung Rechnung getragen (Einzelheiten hierzu können in [14] nachgelesen werden).

Die Frequenzgänge H_b und H_u können zusammengefaßt und durch einen Frequenzgang

$$H_B(f) = H_b(f)H_u(f) \quad (3.6)$$

ersetzt werden, wenn man sich für den direkten Zusammenhang zwischen unbewertetem, bandbegrenztem Schnellesignal $v(t)$ und dem KB -Signal $KB(t)$ interessiert. In Abb. 3.2 sind die verschiedenen Amplitudengänge $|H_u|$, $|H_b|$ und $|H_B|$ dargestellt.

Aufgabe: Bewertungsfiler. Zeigen Sie, daß es sich bei dem Bewertungsfiler aus Gl. (3.5) um einen *Hochpaß 1. Ordnung* handelt.

3.4 Bewertetes Schwingstärke

Die *bewertete Schwingstärke* KB_F entspricht dem *gleitenden Effektivwert*

$$KB_F(t) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t-\zeta}{\tau}} KB^2(\zeta) d\zeta}, \quad \tau = 0,125\text{s} \quad (3.7)$$

des KB -Signals. Im wesentlichen wird hierbei das quadrierte KB -Signal zeitlich gewichtet und aufsummiert. Die Gewichtung erfolgt exponentiell, so daß „ältere“ KB -Werte schwächer berücksichtigt werden als „jüngere“.

Aufgabe: Bewertete Schwingstärke. Mit $y(t) = KB_F^2(t)$ und $u(t) = KB^2(t)$ folgt aus Gl. (3.7)

$$y(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t-\zeta}{\tau}} u(\zeta) d\zeta. \quad (3.8)$$

Zeigen Sie, daß dies eine Lösung der Dgl.

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t), y(t_0) = y_0 \quad (3.9)$$

ist.

3.4.1 Maximale bewertete Schwingstärke

Die *maximale bewertete Schwingstärke* KB_{Fmax} ist der Maximalwert des bewerteten Schwingstärkesignals $KB_F(t)$ während einer *Mittelungsdauer* T_m . Wenn die Mittelung, wie in Abb. 3.3 dargestellt, zum Zeitpunkt $t_{0,m}$ beginnt, dann ergibt sich formal

$$KB_{Fmax} = \max_{t \in [t_{0,m}, t_{0,m} + T_m]} KB_F(t). \quad (3.10)$$

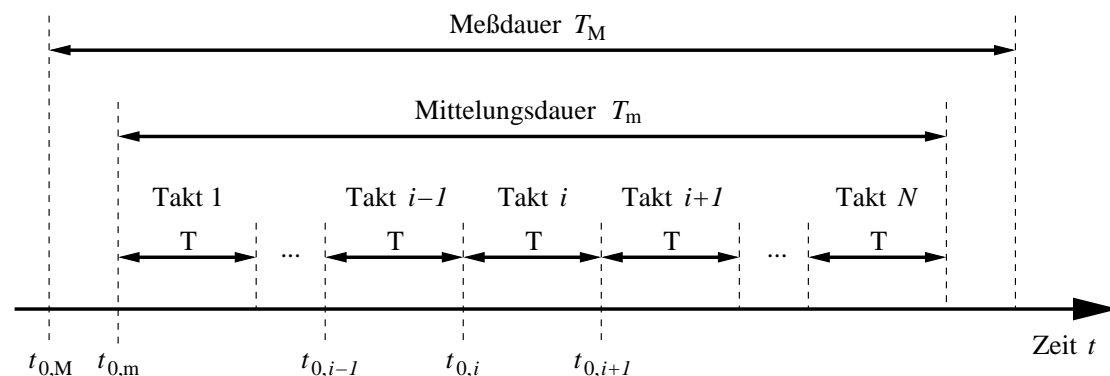


Abbildung 3.3: Meß-, Mittelungs- und Taktdauer

3.4.2 Taktmaximalwert

Der *Taktmaximalwert* KB_{FT_i} ist der Maximalwert von $KB_F(t)$ während der Taktdauer T des i -ten Taktes, $i=1, \dots, N$. Mit dem Startzeitpunkt $t_{0,i}$ des i -ten Taktes (siehe Abb. 3.3) erhält man den Taktmaximalwert

$$KB_{FT_i} = \max_{t \in [t_{0,i}, t_{0,i} + T]} KB_F(t). \quad (3.11)$$

für den i -ten Takt.

3.4.3 Taktmaximal-Effektivwert

Der *Taktmaximal-Effektivwert* KB_{FT_m} ist der Effektivwert der Taktmaximalwerte KB_{FT_i} während der Mittelungsdauer T_m . Die Mittelungsdauer setzt sich aus N Takten der Taktdauer T zusammen (siehe Abb. 3.3). Taktmaximalwerte $KB_{FT_i} \leq 0,1$ fließen mit dem Wert 0 in die Effektivwertberechnung ein. In kompakter mathematischer Schreibweise gilt

$$KB_{FT_m} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \begin{cases} KB_{FT_i}^2 & ; KB_{FT_i} > 0,1 \\ 0 & ; \text{sonst} \end{cases}}. \quad (3.12)$$

3.5 Ablauf der Signalverarbeitung

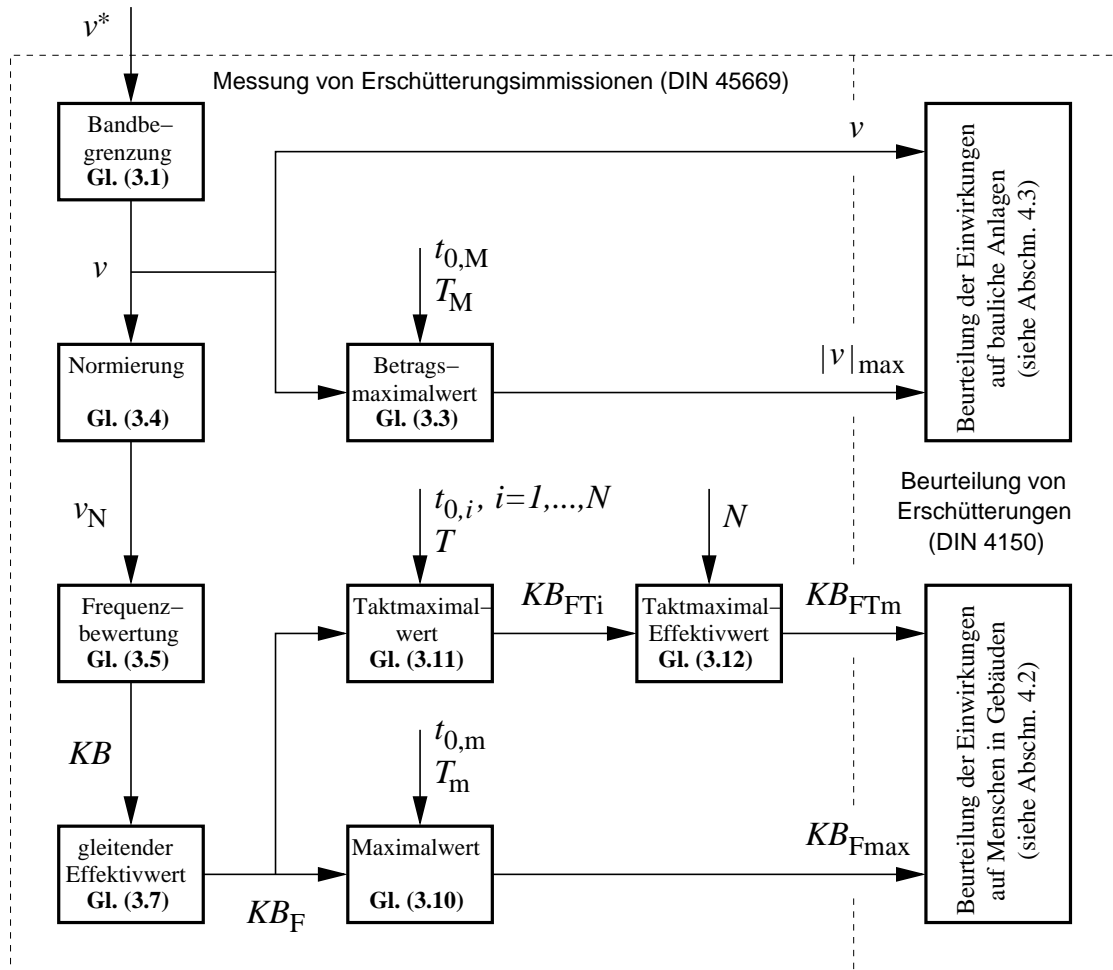


Abbildung 3.4: Ablauf der Signalverarbeitung

In den vorhergehenden Abschnitten wurden alle Signalverarbeitungsschritte einzeln besprochen. Der gesamte Ablauf der Signalverarbeitung ist in Abb. 3.4 dargestellt. Die wahre Schnelle v^* wird gemessen und zu den Beurteilungsgrößen v , $|v|_{\max}$, KB_{FTm} und KB_{Fmax} weiterverarbeitet. Im nächsten Abschnitt wird die Beurteilung von Erschütterungen behandelt. Hierbei werden grundsätzlich zwei Fälle unterschieden. Die *Beurteilung von Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden* erfolgt aufgrund der bewerteten maximalen Schwingstärke KB_{Fmax} und dem Taktmaximal-Effektivwert KB_{FTm} . Hingegen werden *Einwirkungen auf bauliche Anlagen* anhand der unbewerteten Schnelle v und Betragsmaximalwerten $|v|_{\max}$ beurteilt.

4 Beurteilung von Erschütterungen (DIN 4150)

4.1 Abschätzung von Erschütterungen

Im Bauwesen müssen zur Beurteilung von Erschütterungen komplexe Systeme untersucht werden. Schwingungen werden von einer *Quelle* (z.B. Vibrationswalze) erzeugt und über ein *Medium* (Boden, Untergrund) an einen oder mehrere *Empfänger* (z.B. Gebäude) übertragen. Die Abschätzung von Erschütterungen ist im allgemeinen schwierig, unzuverlässig und sollte möglichst durch Messungen abgesichert werden.

Falls man nichts besseres weiß, kann die *Ausbreitung von Erschütterungen* und die *Übertragung auf Bauwerke*, den Regeln der Technik [2] entsprechend, grob abgeschätzt werden. Es sei darauf hingewiesen, daß derartige Abschätzungen immer kritisch zu betrachten sind, da eine Vielzahl von Einflußparametern nicht berücksichtigt werden ([8, 12, 15, 11]).

4.1.1 Ausbreitung von Schwingungen

Erschütterungen breiten sich im Boden als Wellen aus. Man unterscheidet hierbei verschiedene Wellenarten: *Kompressions-* (P-), *Scher-* (S-), *RAYLEIGH-* (R- oder Oberflächen-) und *LOVE-*Wellen. Befindet sich eine Erschütterungsquelle nahe der Erdoberfläche, dann erfolgt auch die Ausbreitung vorwiegend nahe der Erdoberfläche und zwar in Form von *RAYLEIGH-*Wellen. Mit zunehmender Entfernung zu einer Erschütterungsquelle nimmt die Größe der durch den Boden weitergeleiteten Schwingungen ab. Diese Abnahme wird im Wesentlichen durch die *abnehmende Energiedichte* und die *Materialdämpfung des Bodens* bestimmt.

Es ist hilfreich zwischen unmittelbarer Nähe zur Erschütterungsquelle dem *Nahfeld* und dem Bereich der freien Wellenausbreitung dem *Fernfeld* zu unterscheiden. Ein Bezugsabstand R_1 legt den Übergang zwischen Nah- und Fernfeld fest. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 4.1 dargestellt. Für alle *punkt-* oder *linienförmigen Erschütterungsquellen*

ist

$$R_1 = \frac{a}{2} + \lambda_R \quad (4.1)$$

definiert. Hierin ist a die Abmessung der Erschütterungsquelle parallel zur Ausbreitungsrichtung und λ_R ist die Wellenlänge der RAYLEIGH-Welle.

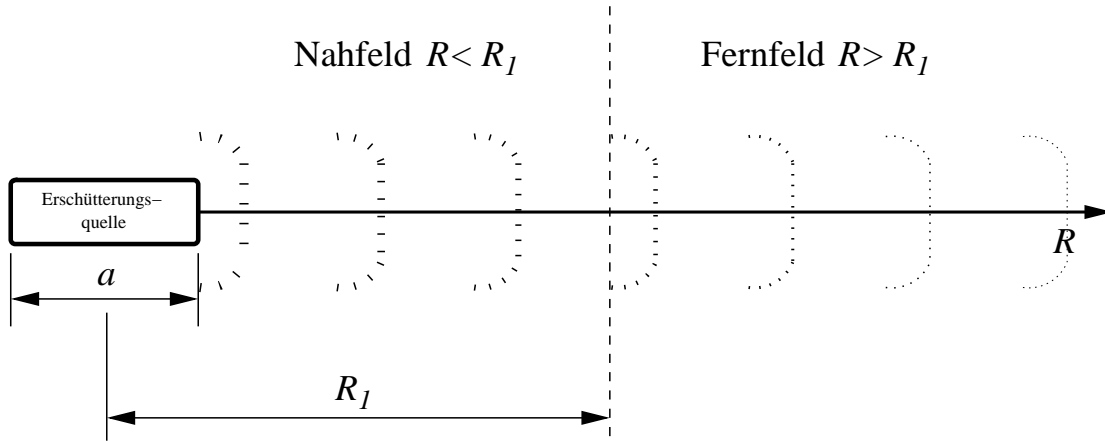


Abbildung 4.1: Nah- und Fernfeld

Fernfeld ($R > R_1$). Die Amplitude der Schwinggeschwindigkeit \hat{v} im Abstand R von der Erschütterungsquelle lässt sich mittels

$$\frac{\hat{v}}{\hat{v}_1} = \left(\frac{R}{R_1} \right)^{-n} e^{-\alpha(R-R_1)} \quad (4.2)$$

näherungsweise beschreiben. Hierin ist \hat{v}_1 die Amplitude der Schwinggeschwindigkeit im Bezugsabstand R_1 , n ein von der Wellenart, Quellengeometrie und Schwingungsart abhängiger Exponent und α ein *Abklingkoeffizient*. Der Faktor $\left(\frac{R}{R_1} \right)^{-n}$ beschreibt die *geometrische Amplitudenabnahme*. Sie lässt mit der verminderten Energiedichte bei wachsender Entfernung von der Erschütterungsquelle erklären. Die zusätzliche Minderung der Amplituden durch *Absorption der Schwingungsenergie im Boden* (Materialdämpfung) beschreibt der Faktor $e^{-\alpha(R-R_1)}$. Für den Abklingkoeffizienten gilt

$$\alpha \approx \frac{2\pi D}{\lambda} = \frac{D \cdot (2\pi f)}{c} = \frac{D\omega}{c}. \quad (4.3)$$

\uparrow $\lambda = \frac{c}{f}$ \uparrow $\omega = 2\pi f$

Der *Dämpfungsgrad*¹ $D \geq 0$ hängt von den Eigenschaften des Bodens ab. Desweiteren sind λ die Wellenlänge, f die Frequenz, c die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit und ω die Kreisfrequenz. Die Absorption ist also frequenzabhängig. Bei gleichem Abstand zur Erschütterungsquelle werden Schwingungen höherer Frequenz stärker gedämpft als solche niedrigerer Frequenz. In Abb. 4.2 ist die Amplitudenabnahme aufgrund geometrischer Dämpfung und Absorption (Materialdämpfung) in Abhängigkeit vom Abstand R zur Erschütterungsquelle graphisch dargestellt.

Nahfeld ($R < R_1$). Für die Prognose der Schwingungsausbreitung im Nahfeld sind besondere rechnerische oder experimentelle Untersuchungen notwendig.

4.1.2 Übertragung auf Bauwerke

Erschütterungen werden beim Übergang vom Boden auf das Gebäudefundament verändert. Die erzeugten vertikalen und horizontalen Schwingungen von Gebäuden können unter gewissen Voraussetzungen abgeschätzt werden.

Vertikal. Die Wechselwirkung zwischen dem Boden und einem starren Gebäude in vertikaler Richtung kann für überwiegend harmonische Schwingungen durch einen Einmassenschwinger beschrieben werden. Für seine *Eigenfrequenz* gilt

$$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_B}{m_B}}. \quad (4.4)$$

Hierin ist c_B die Federsteifigkeit des Untergrundes und m_B die Masse des Gebäudes.

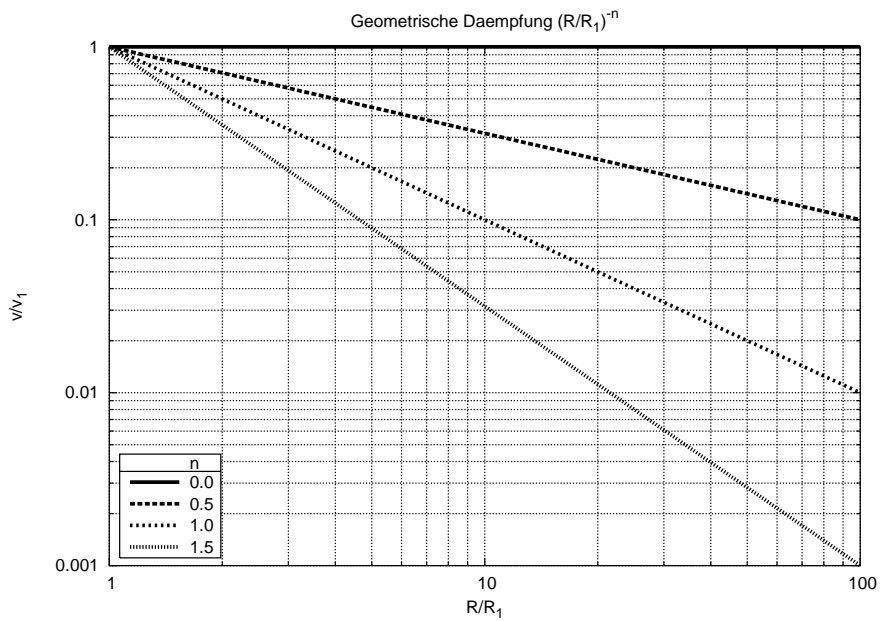
Für mittlere Bodensteifigkeiten² ergeben sich folgende Anhaltswerte für die Eigenfrequenz f_B :

- $f_B \approx 15\text{Hz}$ für Bauwerke mit 1–2,
- $f_B \approx 8\text{–}12\text{Hz}$ für Bauwerke mit 2–6
- und $f_B < 8\text{Hz}$ für Bauwerke mit mehr als 6 Geschossen.

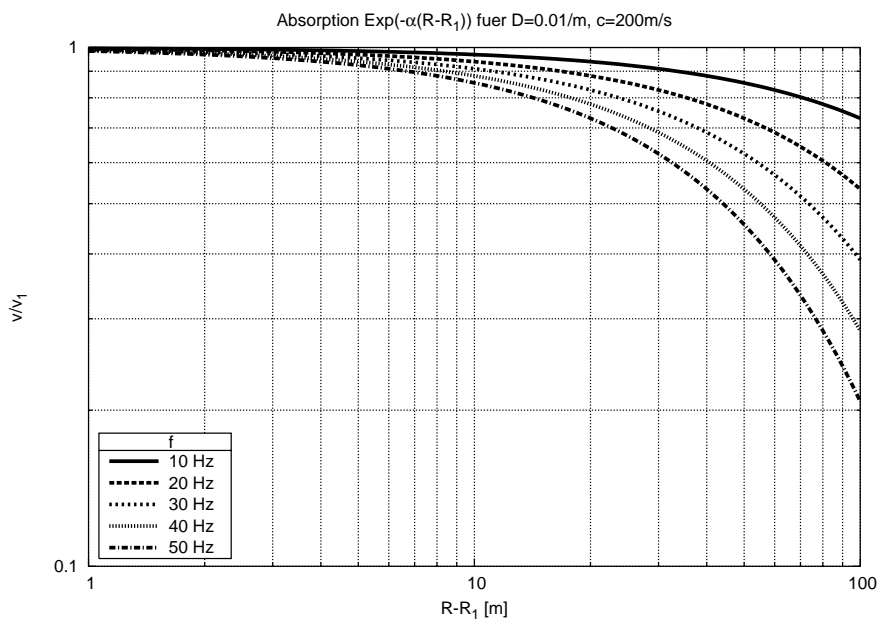
Für Erschütterungen mit Frequenzen oberhalb der Eigenfrequenz f_B gewinnen in zunehmendem Maße die elastischen Eigenschaften von Gebäude und Gründungskonstruktion an Einfluß, so daß eine Abschätzung mittels Gl. (4.4) nicht mehr möglich ist.

¹auch LEHRsches *Dämpfungsmaß* genannt

²mit Scherwellengeschwindigkeiten $c_s = 150\text{–}200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



(a) Geometrische Dämpfung



(b) Absorption (Materialdämpfung)

Abbildung 4.2: Dämpfung im Fernfeld

Horizontal. Zur groben Abschätzung der *niedrigsten Eigenfrequenz* von hohen und schlanken, mehrgeschossigen Gebäuden für horizontale Schwingungsanregung kann die sogenannte *Stockwerksformel*

$$f_1 \approx \frac{10}{n} \text{Hz}, n \geq 5 \quad (4.5)$$

angewendet werden. Hierin ist f_1 die niedrigste Eigenfrequenz und n die Anzahl der Stockwerke.

4.1.3 Erschütterungsquellen

Es gibt unterschiedlichste Erschütterungsquellen (Sprengungen, Fallende Massen, bestimmte Bauverfahren, Schienen-/Straßenverkehr, Maschinen der Metallbearbeitungsindustrie, Sägewerke, ...). Eine detaillierte Übersicht mit beispielhaften Meßprotokollen kann der Literatur [2] entnommen werden.

Im Baubetrieb können bei der Anwendung bestimmter Bauverfahren nennenswerte Erschütterungen auftreten. Die Erschütterungsquellen lassen sich hierbei meist als *impulsförmige* oder *stationäre Punktquellen* charakterisieren. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit werden im folgenden einige für den Baubetrieb typische Erschütterungsquellen genannt.

Impulsförmige Erschütterungsquellen. *Impulsförmige Erschütterungen* werden durch

- Schlagende Rammen,
- Fallmeißel,
- Fallende Massen (z.B. bei Abbrucharbeiten)
- Bewegung großer Massen (z.B. durch Bagger, Baustellenverkehr, ...)
- und Sprengungen (siehe [2])

erzeugt. Es kommt zu Erschütterungen mit einem bis ca. 80Hz *breitbandigem Spektrum* (vgl. „Aufgabe: Unendlich hoher und schmaler Impuls“ in Abschn. 2.2.2.1).

Stationäre Erschütterungsquellen. *Stationäre Erschütterungen* werden durch

- Vibrationsrammen,

- und Verdichtungsgeräte (Vibrationswalzen, -platten, Tiefenrüttler, . . .)

erzeugt (vgl. „Aufgabe: Harmonische Zeitfunktion“ in Abschn. 2.2.2.1). Im Hinblick auf Erschütterungen ist die Wahl möglichst hoher Arbeitsfrequenzen ($f > 35\text{Hz}$) meist vorteilhaft. In der Regel werden damit Resonanzbereiche von Geschoßdecken in Gebäuden gemieden. In den meisten Maschinen werden die Schwingungen durch unveränderbare, rotierende Unwuchtmassen erzeugt, so daß beim Anfahren und Abschalten dieser Maschinen immer zwangsläufig alle Frequenzen zwischen 0Hz und der Arbeitsfrequenz durchfahren werden. Bei modernen Geräten läßt sich dieser Effekt durch, im laufenden Betrieb, verstellbare Unwuchten vermeiden. Sie befinden sich hier während der Anfahr- und Abschaltvorgänge in einer neutralen Stellung.

4.2 Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden

Grundsätzlich sollte der Mensch in Gebäuden, insbesondere in Wohnungen, so wenig wie möglich wahrnehmbaren Erschütterungen ausgesetzt werden. Wahrnehmbare Erschütterungen können allerdings nicht immer vermieden werden. Menschen können individuell auf unterschiedliche Art mit unterschiedlichem Grad durch Erschütterungen belästigt, beeinträchtigt oder sogar ernsthaft krank werden. Hierbei spielen allgemeine und individuelle Faktoren eine Rolle.

Im folgenden wird die Beurteilung von Erschütterungseinwirkungen auf Menschen in Gebäuden gemäß anerkannten Regeln der Technik [3] beschrieben. Es wird lediglich das grundsätzliche Beurteilungsverfahren erläutert, ohne auf spezielle Regelungen einzugehen.

4.2.1 Zeiten

Zur Beurteilung von Erschütterungseinwirkungen auf Menschen werden folgende Zeiten definiert.

Meßzeit. Die *Meßzeit* (Mittelungsdauer) T_m ist die Zeit für die aus einem Meßsignal die maximale bewertete Schwingstärke $KB_{F_{\max}}$ und der Taktmaximal-Effektivwert KB_{FT_m} gebildet wird (vgl. Abschn. 3.4.1–3.4.3). Sie kann sich aus mehreren Teilmeßzeiten T_{m_j} , $j=1, \dots, M$ zusammensetzen.

Einwirkungszeit. Die *Einwirkungszeit* T_e ist die Summe aller Taktzeiten (vgl. Abb. 3.3) während deren Erschütterungen einwirken. Sie kann in Teileinwirkungszeiten T_{e_j} , $j=1, \dots, M$

unterteilt werden.

Beurteilungszeit. Die tatsächliche tägliche Erschütterungseinwirkung wird auf die *Beurteilungszeit* T_r bezogen. Sie beträgt tagsüber 16h (von 6.00 bis 22.00 Uhr) und nachts 8h (von 22.00 bis 6.00 Uhr). Die Beurteilungszeit ist in der Regel länger als die Meßzeit.

Ruhezeiten. Innerhalb der Beurteilungszeit sind folgende *Ruhezeiten* definiert:

- *Werktags* von 6.00 bis 7.00 Uhr und von 19.00 bis 22.00 Uhr,
- *Sonn- und Feiertags* von 6.00 bis 22.00 Uhr.

4.2.2 Beurteilungs-Schwingstärke

Aus den Taktmaximal-Effektivwerten KB_{FT_j} mehrerer Teilmeßzeiten T_{m_j} wird mit den entsprechenden Einwirkungszeiten T_{e_j} , $j=1, \dots, M$ die *Beurteilungs-Schwingstärke*

$$KB_{FT_r} = \sqrt{\frac{1}{T_r} \sum_{j=1}^M \gamma_j T_{e_j} KB_{FT_{m_j}}^2} \quad (4.6)$$

gebildet. Über die Gewichtungsfaktoren γ_j werden Einwirkungen inner- und außerhalb von Ruhezeiten unterschiedlich stark berücksichtigt, es gilt

$$\gamma_j = \begin{cases} 1 & , \text{außerhalb von Ruhezeiten} \\ 2 & , \text{sonst} \end{cases} \quad , j = 1, \dots, M. \quad (4.7)$$

Für den Fall $M=1$ vereinfacht sich Gl. (4.6) zu

$$KB_{FT_r} = \sqrt{\gamma \frac{T_e}{T_r}} KB_{FT_m} \quad (4.8)$$

4.2.3 Beurteilung der Erschütterungsimmissionen

Die Erschütterungsimmissionen werden anhand der maximalen bewerteten Schwingstärke $KB_{F_{\max}}$ und der Beurteilungs-Schwingstärke KB_{FT_r} beurteilt. Beide sind für jede der drei Richtungskomponenten x, y (horizontal) und z (vertikal) eines Meßortes zu ermitteln. Nur der jeweils größte Wert wird der Beurteilung zugrunde gelegt.

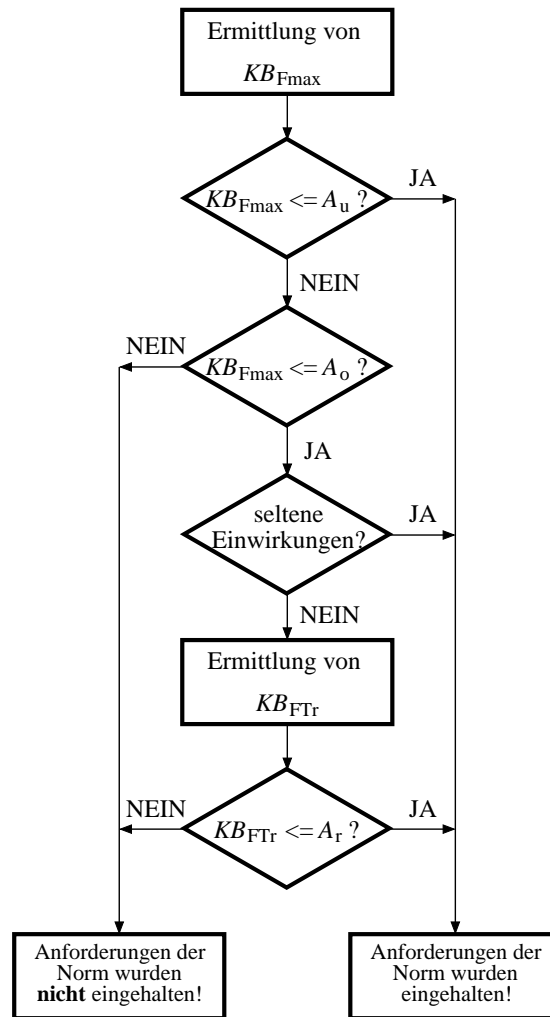


Abbildung 4.3: Flußdiagramm für das Beurteilungsverfahren nach DIN 4150 Teil 2 [3]

Die Beurteilungsgrößen KB_{Fmax} und KB_{FTr} werden den mit Anhaltswerten aus Tab. 4.1 verglichen. Die genaue Vorgehensweise ist in Abb. 4.3 als Flußdiagramm dargestellt:

- Ist KB_{Fmax} kleiner oder gleich dem unteren Anhaltswert A_u , dann wurden die Anforderungen der Norm eingehalten.
- Ist KB_{Fmax} größer als der obere Anhaltswert A_o , dann wurden die Anforderungen der Norm nicht eingehalten.
- Für *seltene Einwirkungen*³ werden die Anforderungen der Norm eingehalten, wenn KB_{Fmax} kleiner als A_o ist.

³Die Definition für den Begriff „seltene Einwirkungen“ kann der Norm [3] entnommen werden.

- Für *häufige* (im Gegensatz zu seltenen) Einwirkungen mit $A_u < KB_{Fmax} \leq A_o$ werden die Anforderungen der Norm erfüllt, wenn die Beurteilungs-Schwingstärke nicht größer als der Anhaltswert A_r ist.

Zeile	Einwirkungsort (in Anlehnung an die Baunutzungsverordnung BauNVO [1])	Tags			Nachts		
		A_u	A_o	A_r	A_u	A_o	A_r
I	Einwirkungsorte, in deren Umgebung nur gewerbliche Anlagen und ggf. ausnahmsweise Wohnungen untergebracht sind (vgl. BauNVO [1] § 9).	0,4	6	0,2	0,3	0,6	0,15
II	Einwirkungsorte, in deren Umgebung vorwiegend gewerbliche Anlagen untergebracht sind (vgl. BauNVO [1] § 8).	0,3	6	0,15	0,2	0,4	0,1
III	Einwirkungsort, in deren Umgebung weder vorwiegend gewerbliche Anlagen noch vorwiegend Wohnungen untergebracht sind (vgl. BauNVO [1] §§ 5–7).	0,2	5	0,1	0,15	0,3	0,07
IV	Einwirkungsorte, in deren Umgebung vorwiegend o. ausschließlich Wohnungen untergebracht sind (vgl. BauNVO [1] §§ 2–4).	0,15	3	0,07	0,1	0,2	0,05
V	Besonders schutzbedürftige Einwirkungsorte in ausgewiesenen Sondergebieten, z.B. in Krankenhäusern und Kurkliniken.	0,1	3	0,05	0,1	0,15	0,05

Tabelle 4.1: Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 2 [3]

4.3 Einwirkungen auf bauliche Anlagen

Erschütterungen können *direkte* oder *indirekte* Schäden an Bauwerken verursachen. Im ersten Fall versagen zu Schwingungen angeregte Bauteile, wenn ihre Festigkeitsgrenze überschritten wird. In Böden ohne oder mit geringer Kohäsion können *Sackungen* und infolge dessen *Setzungen* von Bauwerksfundamenten auftreten. Man spricht dann von indirekten Schäden. Bei erdbebeninduzierten Erschütterungen muß auch mit erheblichen Schäden durch *Bodenverflüssigung* (Liquefaktion) gerechnet werden.

In [4] wird ein einfaches Verfahren zur Beurteilung von Erschütterungseinwirkungen

auf bauliche Anlagen beschrieben. Es kann auf Bauwerke angewendet werden, die für vorwiegend ruhende (statische) Beanspruchung bemessen sind.

Wenn empirische *Anhaltswerte* (Grenzwerte) eingehalten werden, dann sind keine *Schäden im Sinne einer Verminderung des Gebrauchswertes* (z.B. Beeinträchtigung der Standicherheit) zu erwarten. Für die Beurteilung *leichter Schäden* (z.B. Risse im Putz) ist das Verfahren nicht geeignet. Es unterscheidet zwischen *kurzzeitigen Erschütterungen* und *Dauererschütterungen*.

4.3.1 Kurzzeitige Erschütterungen

Die Häufigkeit des Auftretens reicht *nicht* aus, um *Materialermüdungserscheinungen* hervorzurufen. Ihre zeitliche Abfolge erzeugt *keine Resonanz* im betrachteten Bauwerk.

Durchführung der Messung. Zur *Beurteilung des Gesamtbauwerks* müssen die *Schwingungen des Fundaments* an mindestens einem Punkt dreiachsig (*x*-, *y*- und *z*-Richtung) gemessen werden. Die Schwingungsaufnehmer müssen hierbei im untersten Geschoß am Fundament der Außenwand oder an der Außenwand aufgestellt werden. Der Meßpunkt darf höchstens 0,5m über Geländeoberkante liegen. Bei Gebäuden mit großer Grundfläche muß an mehreren Punkten gleichzeitig gemessen werden. In der *obersten Deckenebene* müssen die *Horizontalschwingungen* (*x*- und *y*-Richtung) erfaßt werden. Hierbei müssen die Schwingungsaufnehmer dicht am Außenmauerwerk aufgestellt werden.

Zur *Beurteilung von Decken* müssen die *Vertikalschwingungen* (*z*-Richtung) gemessen werden. Die Schwingungsaufnehmer sind dort aufzustellen, wo die größten Schwingungen zu erwarten sind. In der Regel wird das in der Deckenfeldmitte sein.

Zeile	Gebäudeart	Anhaltswerte (oberste Deckenebene, horizontal)
I	Gewerblich genutzte Bauten, Industriebauten und ähnlich genutzte Bauten.	40 $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$
II	Wohngebäude und ihrer Konstruktion und/oder Nutzung gleichartige Bauten.	15 $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$
III	Bauten, die wegen ihrer besonderen Erschütterungsempfindlichkeit nicht denen nach Zeile A und Zeile B entsprechen und besonders erhaltenswert (z.B. unter Denkmalschutz stehend) sind.	8 $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$

Tabelle 4.2: Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4] (kurzzeitige Erschütterungen)

Beurteilung des Gesamtbauwerks. Es werden drei verschiedene *Gebäudearten* unterschieden. In Tab. 4.2 sind die Anhaltswerte für die Horizontalschwingungen in der obersten Deckenebene angegeben. Abb. 4.4 zeigt die *frequenzabhängigen* Anhaltswerte für die Fundamentalschwingungen. Jeweils die maximale Schwingungskomponente (x -, y - oder z -Richtung) wird mit dem entsprechenden Anhaltswert verglichen. Bei den Fundamentalschwingungen muß zusätzlich die dominierende Frequenz bestimmt werden. Hierzu wird die diskrete FOURIER-Transformation (vgl. Abschn. 2.2.2.2) eingesetzt. Wenn kein Anhaltswert überschritten wird, dann treten erfahrungsgemäß auch keine Schäden auf.

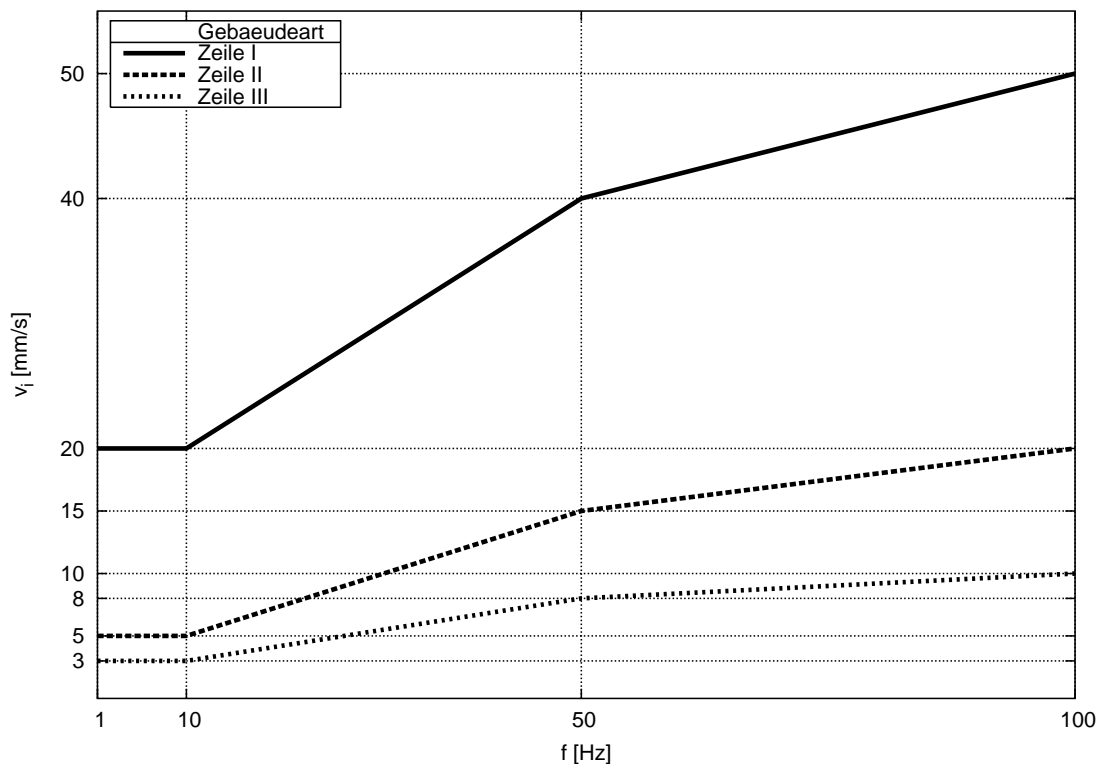


Abbildung 4.4: Fundament-Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4]

Beurteilung von Decken. Bei maximalen vertikalen (z -Richtung) Schwingungsgeschwindigkeiten $\leq 20 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ ist keine Verminderung des Gebrauchswertes einer Decke zu erwarten. Der Ort der größten Schwingungsgeschwindigkeiten liegt i.a. in der Deckenmitte. Zur Vermeidung leichter Schäden an besonders erschütterungsempfindlichen Gebäuden (vgl. Tab. 4.2, Zeile III), kann dieser Anhaltswert abgemindert werden.

4.3.2 Dauererschütterungen

Alle Erschütterungen, auf die die Definition der kurzzeitigen Erschütterungen *nicht* zutrifft (vgl. Abschn. 4.3.1), werden als *Dauererschütterungen* bezeichnet.

Durchführung der Messung. Auf die Messung von Schwingungen am Fundament wird verzichtet, davon abgesehen ist wie in Abschn. 4.3.1 zu verfahren. Wird ein Bauwerk zu Oberschwingungen angeregt, muß in mehreren Geschossen gleichzeitig gemessen werden. Zur Abschätzung der niedrigsten Eigenfrequenz kann die Stockwerksformel (vgl. Abschn. 4.1.2, Gl. (4.5)) verwendet werden.

Beurteilung des Gesamtbauwerks. Analog zum vorhergehenden Abschnitt sind in Tab. 4.3 Anhaltswerte für die Horizontalschwingungen (x - und y -Richtung) in der obersten Deckenebene angegeben. Werden diese eingehalten, dann treten erfahrungsgemäß keine Schäden auf. Wenn Bauwerke zu Oberschwingungen angeregt werden, können die maximalen Schwinggeschwindigkeiten auch in anderen Deckenebenen auftreten. In jedem Fall wird Tab. 4.3 für die Beurteilung herangezogen.

Zeile	Gebäudeart	Anhaltswerte (oberste Deckenebene, horizontal)
I	Gewerblich genutzte Bauten, Industriebauten und ähnlich genutzte Bauten.	$10 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$
II	Wohngebäude und ihrer Konstruktion und/oder Nutzung gleichartige Bauten.	$5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$
III	Bauten, die wegen ihrer besonderen Erschütterungsempfindlichkeit nicht denen nach Zeile A und Zeile B entsprechen und besonders erhaltenswert (z.B. unter Denkmalschutz stehend) sind.	$2,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

Tabelle 4.3: Anhaltswerte nach DIN 4150 Teil 3 [4] (Dauererschütterungen)

Beurteilung von Decken. Die maximale Biegespannung bei resonanznahen erzwungenen Vertikalschwingungen von Decken kann näherungsweise bestimmt werden. In diesem Zusammenhang wird auf die Literatur [4] verwiesen.

Vertikale Schwinggeschwindigkeiten $\leq 10 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ führen bei den Gebäudearten I und II (vgl. Tab. 4.3) erfahrungsgemäß nicht zu Schäden. Für die Gebäudeart III kann kein Anhaltswert angegeben werden.

Symbole

α	Abklingkoeffizient für Absorption
γ	Gewichtung der Einwirkungszeit
γ_j	Gewichtung der j -ten Teileinwirkungszeit
$\varphi(f)$	Phasengang
φ_n	Phasenverschiebung des n -ten harmonischen Anteils einer FOURIER-Reihe
λ	Wellenlänge
λ_R	Wellenlänge der RAYLEIGH-Welle
ω	Kreisfrequenz
a	Abmessung einer Erschütterungsquelle parallel zur Ausbreitungsrichtung
a_n	Koeffizient des n -ten harmonischen Kosinus-Anteils einer FOURIER-Reihe
A_o	oberer Anhaltswert für KB_{Fmax}
A_u	unterer Anhaltswert für KB_{Fmax}
A_n	Amplitude des n -ten harmonischen Anteils einer FOURIER-Reihe
A_r	Anhaltswert für KB_{FT_r}
b_n	Koeffizienten des n -ten harmonischen Sinus-Anteils einer FOURIER-Reihe
c	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit
c_B	Federsteifigkeit des Untergrundes (vertikal)
c_n	Koeffizienten einer FOURIER-Reihe in komplexer Darstellung
d_{min}	minimaler Abstand der Erschütterungsquelle zum Schwingungsaufnehmer

d_{\max}	maximaler Abstand der Erschütterungsquelle zum Schwingungsaufnehmer
d_j	Abstand der Erschütterungsquelle zum Schwingungsaufnehmer beim j -ten Versuch
D	Dämpfungsgrad (LEHRsches Dämpfungsmaß)
Δf	Frequenzauflösung der diskreten FOURIER-Transformation (DFT)
f	Frequenz
f_1	niedrigste Eigenfrequenz für horizontale Schwingungsanregung eines Bauwerks
f_a	Abtastfrequenz
f_B	Eigenfrequenz für vertikale Schwingungsanregung eines Bauwerks
f_e	Eckfrequenz
f_g	Grenzfrequenz eines bandbegrenzten Signals
\mathcal{F}	FOURIER-Transformation
$H(f)$	Frequenzgang
H_u	Frequenzgang von Schwingungsaufnehmer und Bandbegrenzung
$H_{u,H}$	Hochpaßanteil von H_u
$H_{u,T}$	Tiefpaßanteil von H_u
H_b	Frequenzgang des Bewertungsfilters
H_B	Frequenzgang für Bandbegrenzung und Bewertung
\Im	Imaginärteil
j	imaginäre Einheit ($\sqrt{-1}$)
KB_F	bewertete Schwingstärke
$KB_{F\max}$	maximale bewertete Schwingstärke
KB_{FT_i}	Taktmaximalwert des i -ten Taktes
KB_{FT_m}	Taktmaximal-Effektivwert

KB_{FT_r}	Beurteilungs-Schwingstärke
m_B	Masse eines Bauwerks
M	Anzahl der Teilmeß- bzw. -einwirkungszeiten
n	Exponent der geometrischen Dämpfung; Anzahl der Stockwerke
N	Anzahl der Abtastwerte; Anzahl der Takte
\Re	Realteil
R	Abstand von der Erschütterungsquelle
R_1	Bezugsabstand, legt den Übergang zwischen Nah- und Fernfeld fest
S	linearer zeitinvarianter Operator
$t_{0,i}$	Startzeit des i -ten Taktes
$t_{0,m}$	Startzeit der Mittelung
$t_{0,M}$	Startzeit der Messung
ΔT	Abtastrate
T	Periodendauer; Taktdauer
T_e	Einwirkungszeit
T_{e_j}	Teileinwirkungszeiten, $j=1, \dots, M$
T_m	Mittelungsdauer; Meßzeit
T_{m_j}	Teilmeßzeiten, $j=1, \dots, M$
T_M	Meßdauer
T_r	Beurteilungszeit
v	wahre, zu messende Schnelle
v^*	unbewertete, bandbegrenzte Schnelle
\hat{v}, \hat{v}_1	Amplitude der Schwinggeschwindigkeit im Abstand R, R_1
$ v _{\max}$	Betragsmaximalwert

v_0	Bezugsgröße für die Normierung der Schnelle
v_N	normierte (dimensionslose) Schnelle
$x[n]$	zeitdiskretes (abgetastetes) Signal
$x(t)$	zeitkontinuierliches Signal
$X[n]$	FOURIER-Transformierte von $x[n]$
$X(f)$	FOURIER-Transformierte von $x(t)$

Literaturverzeichnis

- [1] BauNVO (idF v. 23.01.1990, zuletzt geändert am 22.04.1993).
- [2] NORM DIN 4150 Teil 1 Juni 2001. *Erschütterungen im Bauwesen : Vorermittlung von Schwingungsgrößen.*
- [3] NORM DIN 4150 Teil 2 Juni 1999. *Erschütterungen im Bauwesen : Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden.*
- [4] NORM DIN 4150 Teil 3 Februar 1999. *Erschütterungen im Bauwesen : Einwirkungen auf bauliche Anlagen.*
- [5] NORM DIN 45669 Teil 1 Juni 1995. *Messung von Erschütterungsimmissionen : Schwingungsmesser Anforderungen, Prüfung.*
- [6] NORM DIN 45669 Teil 2 Juni 1995. *Messung von Erschütterungsimmissionen : Meßverfahren.*
- [7] BRIGHAM, E. O.: *The Fast Fourier Transform and Its Applications.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [8] HAUPT, W. (Hg.): *Bodendynamik.* Vieweg, Braunschweig, 1986.
- [9] OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung.* R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 2. Aufl., 1995.
- [10] PAPOULIS, A.: *The Fourier Integral and Its Applications.* McGraw Hill, New York, San Francisco, London, Toronto, 1962.
- [11] RICHART, F. E.; HALL, J. R.; WOODS, R. D.: *Vibrations of Soils and Foundations.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
- [12] RÜCKER, W.: Schwingungsausbreitung im Untergrund. *Bautechnik*, Bd. 66, Nr. 10, S. 343–350, 1989.

- [13] SMIRNOW, W. I.: *Lehrgang der höheren Mathematik*, Bd. 2. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 16. Aufl., 1986.
- [14] SPLITTGERBER, H.: *Bodendynamik*, Kap. Wirkung von Erschütterungen auf Menschen und Gebäude, S. 369–398. Vieweg, Braunschweig, 1986.
- [15] STUDER, J. A.; KOLLER, M. G.: *Bodendynamik*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2. Aufl., 1997.